BÖLME

A, B, C ve K doğal sayılar

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & C \\ -\ \ & \\ K & \end{array}$$

A: bölünen
B: bölen
C: bölüm
K: kalan

- K < B
- A = B.C + K
- K < C ise B ile C yer değiştirebilir.

1) xyxy03 altı basamaklı ve xy iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} xyxy03 & xy \\ \hline & D \\ K & \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre K+D nedir?

xyxy03 | xy → 10100
− xy
00xy
− xy
0003

K+D = 10103

2) A, B, C doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A & 12 \\ \hline & B \\ C & \end{array}$$

Verilen bölme işlemine göre C nin alabileceği değerler toplamı nedir?

Kalan < bölen

C < 12
↓
{0, 1, 2, 3, ..., 11}

$1+2+3+\ldots+n = \frac{n.(n+1)}{2}$

$= \frac{11.12}{2} = 66$

3) ABCD7 beş basamaklı, KL iki basamaklı sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} ABCD7 & 14 \\ \hline & \\ & KL \end{array}$$

ise KL nin alabileceği değerler kaç tanedir?

Tek sayı
ABCD7 | 14

KL ⇒ Tek olmalıdır. {11, 13}
2 tanedir.

4) ABCD9 beş basamaklı, KL iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} ABCD9 & 22 \\ \hline & \\ & KL \end{array}$$

ise KL nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

KL < 22 ve tek sayı olduğundan
{11, 13, 15, 17, 19, 21}
6 tanedir.

5) ABC48 beş basamaklı, DE iki basamaklı sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} ABC48 & 56 \\ \hline & \\ & DE \end{array}$$

ise DE kaç farklı değer alır?

4ün katı — 4ün katı
ABC48 | 56

DE ⇒ DE < 56 ve 4 ün katıdır.

{12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52}
11 tanedir.

6) $a-13 \,\big|\, \underline{3b-2}$, bölüm $b+1$, kalan $2b+1$

a ve b pozitif tam sayılar ise a nın en küçük doğal sayı değeri nedir?

$2b+1 < 3b-2$

$3 < b$
⇓
4

$a-13 \,\big|\, \underline{10}$, bölüm 5, kalan 9 $\Rightarrow a-13 = 59$

$a = 72$

7) A ve x birer doğal sayıdır.

$A \,\big|\, \underline{41}$, bölüm x, kalan x^3

Yukarıda verilen bölme işleminde A doğal sayısı en fazla kaçtır?

$x^3 < 41 \Rightarrow x = 3$

$A \,\big|\, \underline{41}$, bölüm 3, kalan 27

$A = 41 \cdot 3 + 27 = 123 + 27 = 150$

8) a ve b doğal sayılardır.

$a \,\big|\, \underline{92}$, bölüm b, kalan b^2

Yukarıda verilen bölme işlemine göre a en fazla kaçtır?

$b^2 < 92 \Rightarrow b = 9$

$a \,\big|\, \underline{92}$, bölüm 9, kalan 81

$\Rightarrow a = 92 \cdot 9 + 81 = 828 + 81 = 909$

9) $a, b, c \in Z^+$ iken

$a \,\big|\, \underline{b}$, bölüm c, kalan 40 $\quad$ $b \,\big|\, \underline{c}$, bölüm 6, kalan 4

ise a en az kaç olmalıdır?

$a \,\big|\, \underline{b}$ (~~34~~ ~~46~~ 46), bölüm c, kalan 40 $\quad$ $b \,\big|\, \underline{c}$ (~~5~~ ~~6~~ 7), bölüm 6, kalan 4

$a = 46 \cdot 7 + 40$

$= 322 + 40$

$= 362$

10) A, B, C doğal sayılardır.

$A \,\big|\, \underline{B}$, bölüm 2, kalan 15 $\quad$ $B \,\big|\, \underline{C}$, bölüm 3, kalan 1

ise A en az kaçtır?

$C = 2$ için $B \neq 7$

$C = 3$ için $B \neq 10$

$C = 4$ için $B \neq 13$

$C = 5$ için $B = 16$

$A = 16 \cdot 2 + 15 = 32 + 15 = 47$

11) x, y, z sıfırdan farklı birer pozitif tam sayı ve

$x \,\big|\, \underline{y}$, bölüm 3, kalan 4 $\quad$ $y \,\big|\, \underline{z}$, bölüm 2, kalan 1

olduğuna göre x in z cinsinden değeri nedir?

$x = 3y + 4$ $\quad$ $y = 2z + 1$

$x = 3 \cdot (2z + 1) + 4$

$x = 6z + 7$

12) İki doğal sayının toplamı 324 tür. Büyük olan sayı küçük sayıya bölündüğünde bölüm 5, kalan 24 oluyor. Buna göre küçük sayı kaçtır?

Büyük sayı : a
Küçük sayı : b

$a+b=324$

$a \,|\, b$, bölüm 5, kalan 24 $\Rightarrow a=5b+24$

$a-5b=24$
$a+b=324$

$\Rightarrow b=50$

13) A, B, C birer pozitif tam sayıdır.

$A \,|\, 7$, bölüm B, kalan 5 $\quad B \,|\, 3$, bölüm C, kalan 2

Verilen bölme işlemine göre A nın 21 ile bölümünden kalan nedir?

$A=7B+5 \quad B=3C+2$

$A=7.(3C+2)+5$

$A=21C+19$

$A \,|\, 21$, bölüm C, kalan 19 $\Rightarrow$ kalan

14) A, B, C birer pozitif tam sayıdır.

$A \,|\, B$, bölüm 2, kalan 3 $\quad B \,|\, C$, bölüm 1, kalan 4

ise $\frac{A+B+C-15}{C}$ nedir?

$B=C+4$ ve $A=2B+3=2.(C+4)+3=2C+11$

$$\frac{2C+11+C+4+C-15}{C}=\frac{4C}{C}=4$$

BÖLÜNEBİLME KURALLARI:

2 ile bölünebilme: Son basamak {0, 2, 4, 6, 8} olmalıdır.

- 23X sayısı 2 ile tam bölünüyorsa x in alacağı değerler: {0,2,4,6,8}
- 23X sayısı 2 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyorsa x in alacağı değerler: {1,3,5,7,9}

3 ile bölünebilme: Rakamları toplamı 3 ve 3 ün katı olanlar 3 e tam olarak bölünür.

- 324 sayısının rakamları toplamı 9 olduğundan 3 tam bölünür.
- 1235 sayısının rakamları toplamı 11 olduğundan tam bölünmez 3 e bölündüğünde 2 kalanını verir.

1) 4A31 dört basamaklı sayısı 3 ile tam bölündüğüne göre A nın alacağı değerler toplamı nedir?

4A31 ⇒ 8+A
↓
1, 4, 7 } 12

2) 3X48 dört basamaklı sayısı 3 ile tam bölünebilmektedir. Buna göre X kaç farklı değer alır?

3X48 ⇒ 15+X
↓
0, 3, 6, 9 } 4 tane

3) 3X76 dört basamaklı sayısı 3 ile bölündüğünde 1 kalanını verdiğine göre X in alacağı kaç farklı değer vardır?

3X76 ⇒ 16+X
↓
0
~~2~~ → 3
~~5~~ → 6
~~8~~ → 9
} 4 tane

4 ile bölünebilme: Son 2 basamak 00 ya da 4 ün katı olmalıdır.

4) 24X5y sayısı 4 ve 3 ile tam bölünmektedir. Buna göre X in alacağı değerler toplamı nedir?

24X[5y]
↓
2, 6

24X52 ⇒ 13+X
↓
2, 5, 8 } 15

24X56 ⇒ 17+X
↓
1, 4, 7 } 12

15+12 = 27

5) 2467y beş basamaklı sayısı 4 ile bölündüğünde 3 kalanını verdiğine göre y nin alacağı değerler toplamı nedir?

2467y
↓
1
~~2~~ — 5
~~6~~ — 9
} 15

5 ile bölünebilme: Son basamak 0 ya da 5 olmalıdır.

6) 4X3y sayısı 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren çift bir sayıdır. Bu sayı 3 ile de tam bölünebildiğine göre X kaç farklı değer alır?

4X3y
└→ ~~0~~ 2
~~5~~ ~~7~~

4X32 ⇒ 9+X
↓
0, 3, 6, 9 } 4 tane

7) Rakamları farklı beş basamaklı 23x7y sayısı 5 ile bölündüğünde 3 ve 3 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyorsa x'in alacağı değerler toplamı nedir?

23x7y
↓
~~0~~ ~~3~~ → rakamları farklı olmalı
~~5~~ 8

23x78 ⇒ 20+x
↓
~~1~~ → ~~2~~
~~4~~ → 5 } 5
~~7~~ ~~8~~

8) A = 98477

B = 13986 olduğuna göre $A^4 \cdot B^{20}$ sayısının 5 ile bölümünden kalan nedir?

NOT :) Bölme işleminde kalanlarla işlem yapılabilir.

A nın 5 ile böl. kalan : 2

B nin 5 ile böl. kalan : 1

$A^4 \cdot B^{20} = 2^4 \cdot 1^{20} = 16$ ⇒ 16 nın 5 ile bölümünden kalan 1 dir.

6 ile bölünebilme: 2 ve 3 e bölünen sayılar 6 ile de bölünür.

9) 24x6y sayısı 6 ile bölünen rakamları farklı beş basamaklı bir sayıdır. Buna göre x kaç farklı değer alır?

24x6y
⟶ 0, ~~2~~, ~~4~~, ~~6~~, 8

24x60 ⇒ 12+x
↓
~~0~~
3 } 2
~~6~~
9

24x68 ⇒ 20+x
↓
1 } 2
~~4~~
7

4 tanedir.

7 ile bölünebilme: Sağdan sola doğru 3 er 3 er gruplama yapılır.

ab cde fgh
↓↓ ↓↓↓ ↓↓↓
31 231 231
\+ − +

$3a+b-[2c+3d+e]+[2f+3g+h]=7k$, k∈Z

şartını sağlayan bütün sayılar 7 ile tam bölünür.

32514
↓↓↓↓↓
31 231
− +

$-9-2+10+3+4=-11+17=6$ olduğundan 7 ile bölündüğünde 6 kalanını verir.

10) Altı basamaklı 21x13y sayısının 7 ile tam bölünebilmesi için y−x nin alacağı kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

21x13y
↓↓↓↓↓↓
231 231
− +

$-4-3-x+2+9+y=7k$

$4+(y-x)=7k$
3 → 1 } 1 tanedir.
~~10~~ ~~2~~

8 ile bölünebilme: Son üç basamak 000 ya da 8 in katı olmalıdır.

11) 432x7 beş basamaklı sayısı 8 ile bölündüğünde kalan 3 ise x in alacağı değerler toplamı nedir?

$2x7=8k+3$

$2x4=8k$

$200+x4=8k$
8 in katı
↓
2
6 } (8)

9 ile bölünebilme: Rakamları toplamı 9 ya da 9 un katı olmalıdır.

12) Üç basamaklı 322 sayısının yan yana yazılmasıyla elde edilen 27 basamaklı 322322.... 322 sayısının 9 ile bölümünden kaçtır?

322 322 ... 322
(7) (7) (7)

$9.7 = 63 \Rightarrow$ 9 ile böl. kalan 0

13) 4x3y dört basamaklı sayısı 4 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor. Bu sayı 9 ilede tam bölündüğüne göre x in alacağı değerler toplamı nedir?

4x3y
↓
~~2~~ → 3
~~6~~ → 7

$4x33 \Rightarrow 10 + x$ → (8) $4x37 \Rightarrow 14 + x$ → (4)

$4 + 8 = 12$

10 ile bölünebilme: Son basamağı 0 olan sayılar 10 ile tam bölünebilir.

14) 4x54y sayısı 10 ile bölündüğünde 3 kalanını, 9 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor. Buna göre x in alacağı kaç farklı değer vardır?

4x54y
└→ ~~0~~ → 3

$4x543 \Rightarrow 16 + x$
↓
~~2~~ → [3]

11 ile bölünebilme: Sağdan sola doğru tek tek +, −, +, −, ... ile çarpılarak toplanır.

$abcde = a - b + c - d + e = 11k, \; k \in \mathbb{Z}$
(a b c d e ↓ + − + − +)

15) Beş basamaklı x4y3c doğal sayısı 5 ve 11 ile tam bölünmektedir. Buna göre x+y nin alacağı en büyük ve en küçük değeri nedir?

x4y3c
↓
0
5

$x4y30 \Rightarrow x - 4 + y - 3 + 0 = 11k$
(+ − + − +)

$x + y - 7 = 11k$

$x + y = 11k + 7$

$k = 0$ için $x + y = 7$

$k = 1$ için $x + y = 18$ (en fazla)

$x4y35 \Rightarrow x - 4 + y - 3 + 5 = 11k$
(+ − + − +)

$x + y = 11k + 2$

$k = 0$ için $x + y = 2$ (en az)

$k = 1$ için $x + y = 13$

16) $A = 14325$
$B = 73142$ olarak veriliyor.

Buna göre $A^2 . B^2$ sayısının 11 ile bölümünden kalan nedir?

:) Bölme işleminde kalanlarla işlem yapılabilir.

$A = 14325 \Rightarrow 9 - 6 = 3$
(+ − + − +)

$B = 73142 \Rightarrow 10 - 7 = 3$
(+ − + − +)

$3^2 . 3^2 = 9.9 = 81$ ise 81 in 11 ile bölümünden kalan 4 tür.

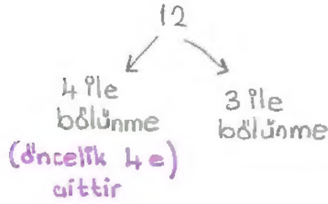
ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

25 ile bölünebilme: Son iki basamak 25 in katı olmalıdır.

NOT :) m ve n aralarında asal sayılar olmak üzere m.n ile tam bölünen sayılar m ve n ile de tam bölünür.

12 ile bölünebilme : 3 ve 4
15 ile bölünebilme : 3 ve 5
30 ile bölünebilme : 3 ve 10
33 ile bölünebilme : 3 ve 11
36 ile bölünebilme : 4 ve 9
45 ile bölünebilme : 5 ve 9
90 ile bölünebilme : 9 ve 10

17) Beş basamaklı 71m3N sayısı 12 ile tam bölündüğüne göre m+N en fazla kaçtır?



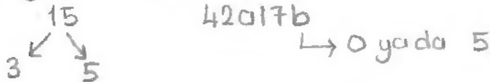
71m3N → 2, 6

71m32 ⟹ 13+m → 2, 5, 8

71m3[6] ⟹ 17+m → 1, 4, [7]

6+7=13

18) Altı basamaklı 42a17b sayısı 15 ile tam bölünebildiğine göre a kaç farklı değer alır?

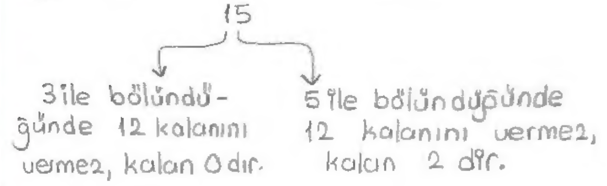


42a170 ⟹ 14+a → 1, 4, 7

42a175 ⟹ 19+a → 2, 5, 8

6 tanedir.

19) Dört basamaklı 4X3y sayısının 15 ile bölümünden kalan 12 ise x in alacağı değerler toplamı nedir?



4X3y → ~~0~~ 2, ~~5~~ 7

4X32 ⟹ 9+X → 0, 3, 6, 9 } 18

4X37 ⟹ 14+X → 1, 4, 7 } 12

18+12 = 30

20) 45X5y sayısının 36 ile bölümünden kalan 25 olduğuna göre x in alabileceği değerler toplamı nedir?



45X5y → ~~2~~ → 3, ~~6~~ → 7

45X53 ⟹ 17+X ⟹ 8+X → X ⟹ [8]

45X57 ⟹ 21+X ⟹ 3+X → [4]

4+8=12

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

21) 40 ile 168 arasındaki tam sayılardan kaç tanesi

a) 3 ile tam bölünür?

42, 45, 48, ..., 165

Terim sayısı $= \frac{165-42}{3}+1 = \frac{123}{3}+1$

$= 41+1 = 42$

b) 5 ile tam bölünür?

45, 50, 55, ..., 165

Terim sayısı : $\frac{165-45}{5}+1 = \frac{120}{5}+1$

$= 24+1 = 25$

c) 3 ve 5 ile bölünür?

3 ve 5 e bölünüyorsa 15 ile de tam bölünür.

45, 60, 75, ..., 165

Terim sayısı $= \frac{165-45}{15}+1 = \frac{120}{15}+1$

$= 8+1 = 9$

d) 3 ile bölünür ama 5 ile bölünemez?

3 ile bölünenler – {15 ile bölünenler}

$42 - 9 = 33$

e) 3 veya 5 ile tam bölünür?

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$

$s(3 \cup 5) = s(3) + s(5) - s(15)$

$= 42 + 25 - 9$

$= 67 - 9$

$= 58$